

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN 2 - HỌC KỲ II

(Dành cho giảng viên)

Câu	Nội dung	Điểm
I	Miền phẳng và Vật thể tròn xoay	1.5
	1. Giao điểm $x^3 = x^{2026} \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1$. $S = \int_0^1 x^3 - x^{2026} dx = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^{2027}}{2027} \right]_0^1 = \frac{2023}{8108} \approx 0.2495$.	0.25 0.75
	2. $V_x = \pi \int_0^1 (x^3)^2 - (x^{2026})^2 dx$ ≈ 0.448 .	0.25 0.25
II	Diện tích miền cực	1.5
	- phương trình $r = 2 \cos(2\theta) = 1$ ta được $\theta = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$. (thiếu $k\pi$ chỉ được 0.25)	0.5
	- $S = \int_0^{\pi/6} \frac{1}{2} [(2 \cos 2\theta)^2 - 1^2] d\theta$. (chỉ sai cận được 0.25)	0.5
	- $S = \left[\frac{\theta}{2} + \frac{\sin(4\theta)}{4} \right] \Big _0^{\pi/6} = \dots$ (nguyên hàm và kết quả)	0.5
III	Tích phân suy rộng và PTVP	2.5
	1. Đặt $f(x) = \frac{3x^m}{x^3+3x+2}$, $g(x) = \frac{1}{x^{3-m}}$, $I = \int_0^{+\infty} f(x)dx$, $J = \int_1^{+\infty} g(x)dx$ và $I = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^{+\infty} f(x)dx = I_1 + I_2$	0.25
	- Ta có J hội tụ $\Leftrightarrow m < 2$ và $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^m}{x^3+3x+2} : \frac{1}{x^{3-m}} = 3$	0.5
	- Nếu $m \geq 0$ thì I_1 là tpxđ, vậy I hội tụ $\Leftrightarrow m < 2$ (trường hợp này có thể so sánh I với J mà không cần tách I_1)	0.25
	- Nếu $m < 0$ thì I_1 là cùng tính chất hội tụ với $\int_0^1 \frac{dx}{x^{-m}}$. Do đó I_1 hội tụ $\Leftrightarrow m > -1$ Kết luận: I hội tụ khi và chỉ khi $-1 < m < 2$	0.25
	2. Điều kiện cho thấy $x > 0$. Thừa số tích phân $\mu(x) = e^{\int \frac{2}{x} dx} = x^2$. Nghiệm tổng quát $y = \frac{1}{x^2} \int \cos x dx = \frac{1}{x^2} (\sin x + C)$. Thay $y(\pi) = 0 \Rightarrow C = 0$. Vậy $y = \frac{\sin x}{x^2}$.	0.5 0.5 0.5
IV	Chuỗi số và Khai triển Maclaurin	3.5
	1. Tổng $S = \frac{7}{5} \sum_{n=2026}^{\infty} (\frac{1}{2})^n + \frac{1}{5} \sum_{n=2026}^{\infty} (-\frac{1}{3})^n$.	0.25
	S là tổng của 2 chuỗi cấp số nhân có $r_1 = \frac{1}{2}$ và $r_2 = -\frac{1}{3}$ nên hội tụ	0.25
	$S = \frac{14}{5 \cdot 2^{2026}} + \frac{3}{20 \cdot 3^{2026}}$	0.5
	2. Dùng tiêu chuẩn căn: $L = \frac{ x+3 }{4}$ (hoặc tính được BKHT) $L < 1 \Leftrightarrow -7 < x < 1$	0.5 0.25
$x = -7$ chuỗi trở thành $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ hội tụ theo tiêu chuẩn chuỗi đan dấu	0.25	
$x = 1$ chuỗi trở thành $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ phân kỳ theo p-chuỗi	0.25	
Miền hội tụ $x \in [-7, 1)$.	0.25	

Câu	Nội dung	Điểm
	3. $f(x) = x \ln(1 + x^3) = x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(x^3)^n}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}x^{3n+1}}{n}$ $3n + 1 = 2026 \Leftrightarrow n = 675$ Hệ số của x^{2026} là $\frac{1}{675}$	0.5 0.25 0.25
V	Vectơ trong không gian	1.0
	1. $\vec{u} \times \vec{v} = \langle m, -m, 1 - m \rangle$.	0.5
	2. $V = (\vec{u} \times \vec{w}) \cdot \vec{v} = 2m - 1 = 2 \Rightarrow m \in \{1.5, -0.5\}$.	0.5

— Hết —